

# Le viaduc de Millau : un défi technologique



Étude en autonomie  
14 avril 2005

Élodie Flamand  
Thibault Le Guen

## Sommaire

Sommaire .....	2
Remerciements .....	3
Introduction .....	4
<b>1) Le vent et ses risques .....</b>	<b>5</b>
1.1) L'exemple du pont de Tacoma.....	5
1.2) Mesures préliminaires sur le viaduc.....	6
a) <i>Les mesures effectuées</i> .....	6
b) <i>Le modèle du vent</i> .....	8
1.3) Les différents effets du vent.....	8
1.4) Modélisation.....	9
a) <i>Modélisation du vent</i> .....	9
b) <i>Condition de similitude</i> .....	10
c) <i>Maquettes utilisées par le CSTB</i> .....	11
<b>2) Les effets de signatures .....</b>	<b>12</b>
2.1) Les tourbillons de Karman et leurs effets .....	12
2.2) Les essais en soufflerie au CSTB.....	14
2.3) Nécessité des amortisseurs ?.....	16
<b>3) Les effets aéroélastiques.....</b>	<b>19</b>
3.1) Mécanisme d'action .....	19
a) <i>Efforts stationnaires s'exerçant sur un tablier de pont</i> .....	19
b) <i>Le phénomène de galop</i> .....	20
c) <i>Instabilités dues au flottement</i> .....	21
3.2) Essais en soufflerie.....	22
a) <i>Effets aéroélastiques sur la structure</i> .....	22
b) <i>Les câbles de haubanage</i> .....	24
<b>4) Modélisation numérique .....</b>	<b>26</b>
4.1) Explication théorique .....	26
a) <i>Méthode de concentration des masses</i> .....	26
b) <i>Solution de l'équation homogène non amortie</i> :.....	26
4.2) Utilisation de FEMLAB 3D .....	28
a) <i>Hypothèses de calcul</i> .....	28
b) <i>Données et résultat obtenu</i> .....	29
c) <i>Analyse des résultats</i> .....	30
Conclusion.....	31

## Remerciements

Nous tenons à adresser nos remerciements les plus sincères à M. Costes, président du comité d'experts internationaux chargés de la mission d'évaluation du viaduc de Millau. La grande majorité des documents qui nous ont servi à l'élaboration de ce dossier nous ont en effet été fournis par M. Costes.

Nous souhaitons également remercier M. Aubry, qui nous a encadrés pour cette étude et nous a aidés lors de la modélisation du pont.

## Introduction

L'étude du comportement des ponts sous l'action du vent n'est pas une préoccupation récente. Les progrès dans la construction des ponts suspendus ont toujours constitué un combat continu contre l'action du vent. Les ponts suspendus construits au 19<sup>ème</sup> siècle ont d'ailleurs été pour la plupart détruits ou sévèrement endommagés lors de tempêtes. Ainsi, le Firth of Tay Bridge, pont écossais comportant 84 travées, a été détruit en 1879. Néanmoins, ces échecs ont permis par la suite des avancées considérables. En outre, l'utilisation de données climatologiques et le développement de souffleries adaptées à l'étude de l'action du vent dans la couche limite atmosphérique ont marqué un tournant dans la conception aérodynamique des ponts.

Les viaducs sont des structures élancées et sont de ce fait particulièrement sensibles au vent. Ces effets interviennent pour 25 % dans les efforts totaux subis par la structure. La prise en compte des efforts liés au vent est déterminante pour dimensionner la structure et ses différentes parties : piles, tabliers, pylônes, écrans brise-vent... La détermination de ces efforts doit être réalisée non seulement pour la phase d'exploitation mais aussi pour la phase de conception.

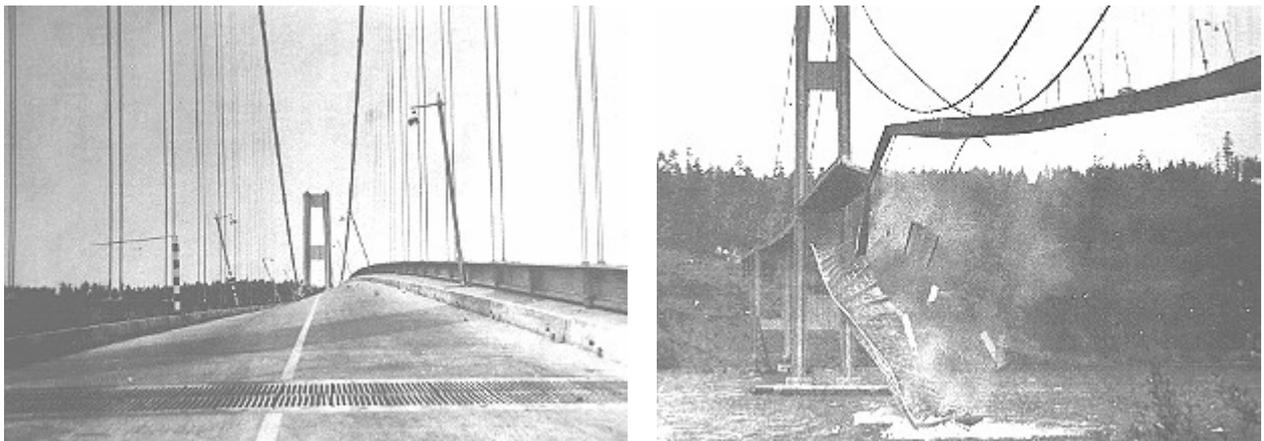
Dans notre étude, nous nous intéressons au Viaduc de Millau, ouvrage exceptionnel de l'A75 permettant le passage du Causse Rouge au plateau du Larzac en surplombant la vallée du Tarn. Nous présenterons d'abord les effets du vent ainsi que ses risques et nous aborderons les méthodes utilisées à Millau pour mesurer ces vents. Puis, nous expliquerons les deux effets principaux du vent, respectivement l'effet de signature et l'effet aéroélastique ainsi que leurs modélisations en soufflerie. Nous conclurons par une modélisation très simplifiée du viaduc.

# 1) Le vent et ses risques

## 1.1) L'exemple du pont de Tacoma

La mise en résonance des ponts a toujours eu des conséquences dramatiques sur ces ouvrages provoquant parfois même leur destruction. Pour mémoire, l'effondrement du pont de la Basse-Chaine à Angers en 1850 en raison de sa mise en résonance par le passage au pas d'une armée provoqua la mort de 200 soldats. De même, en 1852 un vent violent provoqua la destruction du pont de la Roche-Bernard jetant pendant longtemps le discrédit sur les ponts suspendus.

Mais c'est surtout la destruction du pont de Tacoma le 7 octobre 1940 qui a révélé au grand public les effets dévastateurs que le vent pouvait avoir sur les ponts. Ce pont était situé dans l'Etat de Washington, près de la ville de Tacoma et venait d'être ouvert à la circulation. Dès son ouverture, ce pont fut connu pour ses oscillations violentes, même sous des vents relativement faibles. Le 7 octobre 1940, un vent modéré de l'ordre de 60 km/h mit le pont en mouvement de torsion provoquant sa destruction comme les photos suivantes l'illustrent.



*Images de la destruction du pont de Tacoma*

Néanmoins alors qu'on avait pendant longtemps assimilé la destruction du pont à un simple phénomène de résonance, les études actuelles montrent que le processus a été beaucoup plus complexe. En effet la vitesse du vent était au moment de la destruction de 60 km/h avec une fréquence tourbillonnaire d'environ 0.2 Hz. Or la fréquence d'oscillation naturelle était d'environ 1 Hz. Cette constatation montre bien que l'ouvrage ne s'est pas écroulé à cause d'une résonance.

De manière générale il faut distinguer la résonance classique due à un détachement tourbillonnaire et une excitation résultat des effets aéroélastiques de l'air. Ce sont en fait ces effets aéroélastiques qui ont occasionné la rupture du pont de Tacoma.

Pour la construction du viaduc de Millau, ouvrage majeur de 1975, les ingénieurs du CSTB de Nantes et Monsieur Virlogeux se sont attelés à calculer les conséquences que pourraient avoir ces phénomènes sur le viaduc et ont pu ainsi concevoir un ouvrage parfaitement dimensionné pouvant résister à des vents de plus de 220 km/h.

## 1.2) Mesures préliminaires sur le viaduc

### a) Les mesures effectuées

Le vent est principalement provoqué par les différences de température à la surface de la Terre. Celles-ci sont liées à des variations du rayonnement solaire entre les différentes latitudes et au fait que les terres se réchauffent ou se refroidissent plus vite que les mers. Les courants marins affectent également la répartition des températures en déplaçant des réservoirs de chaleur. Les différences de température, induisant des différences de densité, créent des gradients de pression qui mettent l'air en mouvement. Au voisinage du sol, les forces de frottement réduisent la vitesse du vent et créent la turbulence, c'est-à-dire les fluctuations spatiales et temporelles de celle-ci. À une altitude élevée, le mouvement du vent est libre mais ne se développe pas directement des zones de hautes pressions vers celles de basses pressions en raison des forces d'inertie de Coriolis.

Avant de déterminer les effets du vent sur le viaduc, il est nécessaire de connaître le vent sur le site. Pendant près d'un an, des instruments ont été installés pour mesurer les caractéristiques du vent. Ainsi, un pylône de 40 m a été installé sur le Plateau de France et des mesures ont été effectuées pendant neuf mois à l'aide d'une anémo-girouette pour déterminer le vent moyen et sa direction. De plus, quatre campagnes de mesure ont été menées avec un anémomètre sonique afin de déterminer la turbulence du vent. Cet appareil permet en effet de mesurer les flux turbulents atmosphériques par le calcul des trois composantes du vent U, V et W. Ces vitesses sont obtenues par la mesure de la vitesse du son dans l'air entre deux électrodes et par la mesure de la température de l'air.



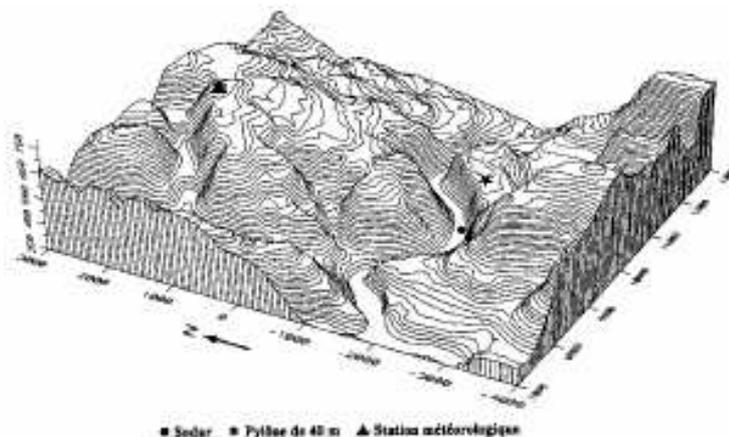
*L'anémo-girouette et l'anémomètre sonique utilisés à Millau*

Néanmoins, la hauteur exceptionnelle des piles ne permettait pas l'utilisation unique des techniques traditionnelles d'anémomètres portés par des mâts de grande hauteur. Une méthode de sondage de l'atmosphère par ondes sonores (SODAR) a également été adoptée. Le principe du sodar est proche de celui utilisé dans l'eau par les appareils de type sonar : une onde sonore est émise en un point et elle se propage librement dans l'air jusqu'à ce qu'elle rencontre une différence de densité du fluide, généralement due à un cisaillement entre deux couches. Une partie de l'onde est alors réfléchi : son temps de trajet et sa fréquence sont enregistrés par une batterie de détecteurs. Du temps de vol, on déduit la distance de l'écho, du

glissement en fréquence, on déduit les vitesses des couches d'air par application de l'effet Doppler. On a ainsi pu à partir d'un émetteur récepteur situé au sol sonder l'atmosphère jusqu'à l'altitude du plus au point du viaduc : 343 m. En effet, quatre campagnes ont été réalisées près du Tarn, à la verticale du tablier et trois campagnes ont également été effectuées sur le plat de Peyre. L'intérêt du SODAR, capable de mesurer le vent jusqu'à 400 m de hauteur est évident pour cet ouvrage dont le tablier passe à 270 m au-dessus du Tarn.



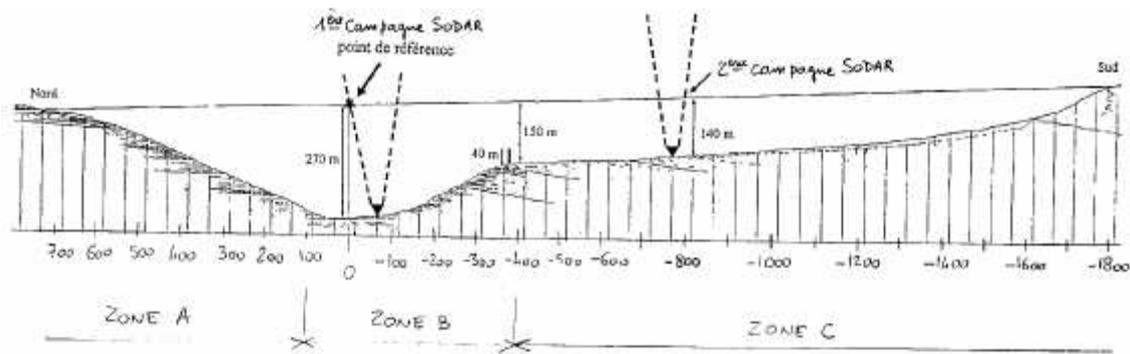
Les calculs numériques, vérifiés par les mesures effectuées sur le terrain, ont permis d'effectuer des analyses statistiques. Les estimations du vent cinquantennal, vent nominal de période de retour cinquante ans, ont été faites par calcul numérique sur une surface de 19 par 17 km à l'aide de mesures réalisées à la station météorologique de Soulobres entre 1965 et 1993 et ont été validées par les mesures Sodar. Une analyse aux valeurs extrêmes a été appliquée : il s'agit de la méthode des « tempêtes » appliquée aux tempêtes dominantes orientées sud-est et nord-ouest.



*Modèle numérique représentant l'ensemble du site autour du viaduc et de la station météorologique*

## b) Le modèle du vent

La synthèse de ces études climatiques a permis de définir des modèles de vent, fonction de la direction du vent et de la position sur le viaduc. Le vent a en fait trois directions principales : l'Est (normal au viaduc, soit  $83^\circ$  par rapport au Nord), le Sud-Est et le Nord-Ouest, qui sont des vents obliques inclinés de  $45^\circ$  par rapport à l'axe du tablier. Ces vents sont associés à trois zones de turbulence différentes le long du viaduc. La zone A s'étend sur 600 m de long au nord du viaduc, la zone B sur 500 m sur la partie centrale et la zone C sur 1400 m au sud.



*Coupe du site dans le plan du viaduc de Millau*

On peut également remarquer que le vent de pointe cinquantenal est de 55 m/s.

### 1.3) Les différents effets du vent

Pour des corps non profilés, comme des tabliers de pont, les pressions et les efforts résultants varient dans le temps à cause de la formation de structures tourbillonnaires en aval de l'obstacle. On parle d'excitation de signature ou de sillage. Lorsque l'obstacle vient à se déplacer dans l'écoulement, les efforts effectivement perçus sont alors modifiés par la vibration. Il y a alors interaction plus ou moins sensible entre le mouvement et l'écoulement. L'excitation est appelée excitation aéroélastique. Enfin, lorsque l'écoulement n'est plus uniforme, mais turbulent, il s'ajoute d'autres effets associés aux fluctuations turbulentes de l'écoulement. C'est évidemment le cas des ponts puisque ceux-ci sont situés dans la couche limite atmosphérique. Les efforts induits sont dénommés excitations extérieures.

Les effets de turbulence se distinguent plus facilement des autres effets. Par contre, la séparation entre les effets de signature et aéroélastiques est moins évidente. Lorsque les couches limites de l'écoulement autour de l'obstacle restent collées (comme dans le cas des ailes minces en faible incidence), les instationnarités de signature ne sont pas modifiées par le mouvement de l'obstacle. Cette non modification semble également valable pour les tabliers de ponts lorsque les mouvements sont de faibles amplitudes et qu'il n'y a pas d'accrochage avec l'échappement tourbillonnaire. Il est alors possible de pousser la séparation des effets du

vent sur une structure élancée trois classes : les effets de signature, les effets turbulents et les effets aéroélastiques.

Ces effets se traduisent par des efforts dynamiques sur la structure qui répond par une mise en mouvement ou vibrations. Pour certaines vitesses du vent, la fréquence des vibrations est égale à la fréquence de l'un des modes de vibrations du tablier, des pics de résonance apparaissent. Les principaux effets que nous allons considérer sont les effets de signature et les effets aéroélastiques.

## 1.4) Modélisation

### a) Modélisation du vent

Les effets en soufflerie permettent de déterminer d'excellents ordres de grandeur sans avoir à résoudre des équations numériques complexes.

Par exemple, l'écoulement des fluides est régi par l'équation de Navier Stokes qui se résume pour un fluide newtonien dans des conditions isothermes et incompressibles à l'expression :

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \rho \cdot \text{grad} \frac{U^2}{2} - \rho \vec{U} \wedge \text{rot} U = -\text{grad}.p + \mu \Delta \vec{U} + \rho(a)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide et  $U$  la vitesse du vent.

Le premier terme représente dans cette formule la force d'accélération d'une particule d'air alors que le second restitue l'ensemble des forces auxquelles les particules sont soumises comme la force de pression, de viscosité ainsi que les forces de volume.

Il faut cependant bien faire attention à normaliser les valeurs obtenues pendant les essais sous peine de ne pouvoir tirer aucune conclusion valable sur le terrain. Pour cela, on introduit des longueurs physiques de référence telle que la largeur  $B$  de l'ouvrage, la vitesse du vent  $U$  ou la pression  $\rho U^2$ .

On rapporte ainsi les trois grandeurs à des valeurs normalisées définies par

$$\tilde{x} = \frac{x}{B} \quad \tilde{u} = \frac{u}{U} \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho U^2}$$

Quand on s'attache à ces valeurs, l'équation de Navier Stokes est légèrement modifiée et s'écrit alors :

$$St \frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \text{grad} \frac{\tilde{U}^2}{2} - \tilde{U} \wedge \text{rot} \tilde{U} = -\text{grad}.\tilde{p} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \tilde{U} + \frac{1}{F_r^2} (\tilde{a})$$

en utilisant les nombres sans dimension suivants :

- le nombre de Reynolds :  $\text{Re} = \frac{U \cdot D}{\nu}$  où  $U$  est la vitesse du fluide,  $D$  la section de contact et  $\nu$  la viscosité du fluide,

- le nombre de Froude :  $F_r = \frac{U}{\sqrt{Bg}}$  avec  $g$  le champ de gravité,

- le nombre de Strouhal :  $Sr = \frac{f.D}{U}$  avec  $f$  la fréquence.

## b) Condition de similitude

Lorsque l'on utilise une maquette à échelle réduite pour prédire le comportement d'un pont, il est nécessaire de respecter des conditions de similitude, afin que les résultats obtenus en soufflerie soient représentatifs des actions du vent sur le pont réel. Ces conditions sont obtenues par l'analyse dimensionnelle qui conduit à définir un ensemble de paramètres sans dimension qui doivent être les mêmes entre maquette et pont réel. Dès que l'on s'écarte de la simulation échelle 1, il devient rapidement impossible de satisfaire toutes les conditions de similitude.

L'égalité des nombres de Reynolds  $Re$  entre pont réel et maquette n'est pas possible. L'air étant le fluide commun entre soufflerie et vraie grandeur, le respect de la condition de Reynolds implique une échelle des vitesses inverse de l'échelle géométrique, ce qui conduirait à des régimes d'écoulement supersoniques pour les échelles de simulation habituellement utilisés. Le nombre de Reynolds exprime le rapport entre les forces d'inertie du fluide et les forces visqueuses et n'a d'influence que lorsque la viscosité de l'air a un rôle, en particulier dans les couches limites se développant à proximité des parois de l'ouvrage étudié, et joue sur la position des zones de décollement du flux. Fort heureusement, la plupart des structures de génie civil dont les ponts sont des formes à arêtes vives et les points de décollement sont fixés au niveau de ses arêtes. L'écoulement est alors indépendant du nombre de Reynolds.

- Le choix de l'échelle géométrique de la maquette  $\lambda_L$  est a priori arbitraire :

$$\lambda_L = \frac{B_{\text{maquette}}}{B_{\text{pont}}}$$

En fait, il est conditionné par la taille et la vitesse de la soufflerie (nombre de Reynolds le plus grand sans effet de blocage).

- Le choix de l'échelle de vitesse est lui aussi arbitraire :  $\lambda_U = \frac{U_{\text{ref.soufflerie}}}{U_{\text{ref.site}}}$

La relation de Strouhal fixe une relation d'interdépendance entre l'échelle géométrique, celle des vitesses et celle des fréquences.

On déduit ainsi l'échelle des fréquences :  $\lambda_n = \frac{\lambda_U}{\lambda_L}$

En raison des échelles géométriques et de vitesse utilisées habituellement, l'événement simulé est beaucoup plus rapide que l'événement réel.

Si dans la modélisation, les forces de pesanteur ont un rôle, il convient de respecter la condition de Froude. On en déduit donc que  $\lambda_U = \sqrt{\lambda_L}$   
L'échelle de vitesse n'est plus arbitraire mais est imposée par l'échelle géométrique.

La similitude de masse résulte du respect du rapport entre forces aérodynamiques et forces d'inertie et conduit à conserver la même masse volumique globale entre pont réel et maquette qui peut s'écrire :  $\lambda_m = \lambda_L^3$ .

La similitude d'amortissement est directe puisqu'elle conduit à conserver les mêmes taux d'amortissement (sans dimension) entre pont réel et maquette :  $\lambda_\zeta = 1$

### c) Maquettes utilisées par le CSTB

Pour réaliser ses essais, le CSTB a réalisé une maquette dynamiquement semblable au pont et a ensuite cherché à reproduire les vents dominants pour mesurer les déformations occasionnées sur le viaduc.

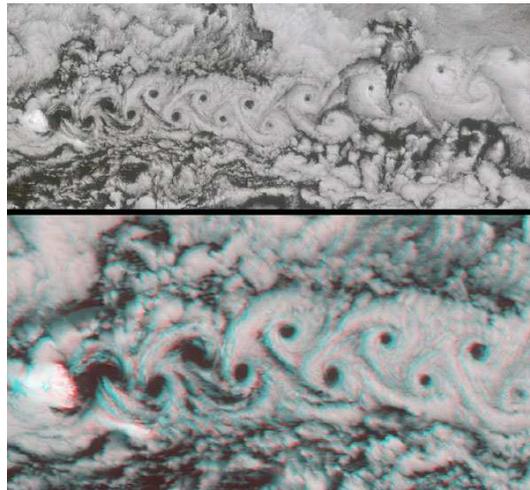


*Maquette du viaduc sur son support*

## 2) Les effets de signatures

### 2.1) Les tourbillons de Karman et leurs effets

Lorsque le vent rencontre un obstacle la veine d'air peut s'échapper à l'aval en produisant des instabilités tourbillonnaires appelées tourbillons de Von Karman. Ces tourbillons génèrent des fluctuations périodiques à une fréquence donnée. Cette rue de tourbillons provoque des efforts dans la direction perpendiculaire à l'axe du vent. On peut même voir de tels tourbillons naturellement au dessus d'un volcan en Islande comme l'illustre les photographies suivantes.

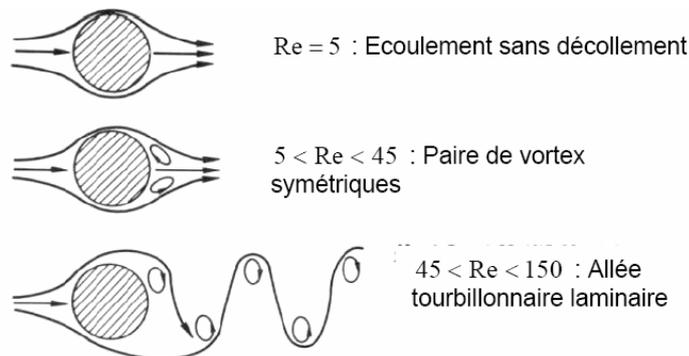


*Les tourbillons de Von Karman au dessus d'un volcan d'Islande*

De tels détachements ne se produisent que sous certaines conditions très précises. La naissance d'une telle allée tourbillonnaire dépend de la valeur du nombre de Reynolds défini par  $Re = \frac{U \cdot D}{\nu}$  où  $U$  est la vitesse du fluide,  $D$  la section de contact et  $\nu$  la viscosité du fluide.

Par exemple si  $Re$  est faible de l'ordre de 5 par exemple, l'écoulement contourne l'obstacle sans faire de tourbillons. Un tel écoulement n'est pas dangereux pour la structure au contact car il est non périodique.

Pour des nombres de Reynolds plus grands, l'effet visqueux n'est plus assez important pour empêcher la formation de tourbillons. Ces derniers peuvent être soit présents au nombre de deux soit, pour des nombres de Reynolds, plus importants former des allées tourbillonnaires à une fréquence de détachement donnée.

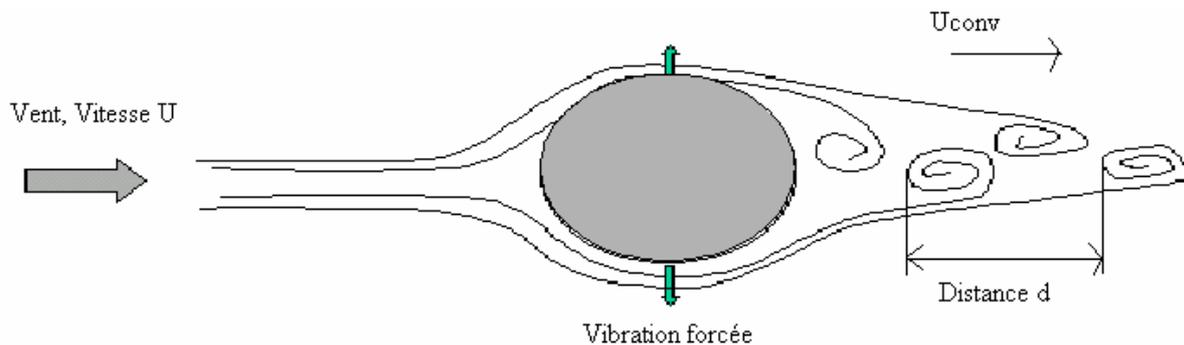


*Les différents types d'écoulement au voisinage de structure.*

La fréquence à laquelle ces vorticités sont émises derrière le cylindre est déterminée par un nombre adimensionnel, le nombre de Strouhal, noté  $Sr$ . Pour un vent de vitesse  $U$  sur un obstacle de longueur caractéristique  $D$  provoquant des lâchers tourbillonnaires de fréquence  $f$ , on a : 
$$Sr = \frac{f \cdot D}{U} .$$

Les mesures en soufflerie montrent que ce nombre est constant et vaut approximativement 0,2. Sans aucune mesure complexe, on obtient la valeur de la fréquence de détachement des tourbillons en aval de l'obstacle.

Ce détachement tourbillonnaire peut provoquer la mise en résonance du pilier du pont soumis à l'écoulement.



On montre facilement que le pilier est régi par l'équation différentielle suivante :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F \sin(2\pi f_t t)$$

avec  $m$  : masse du pilier

$c$  : amortissement du mat

$k$  : rigidité du mat

$F$  : amplitude de la forme d'excitation

$f_t$  : fréquence des tourbillons.

La fréquence caractéristique d'oscillation de la pile vaut alors  $f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

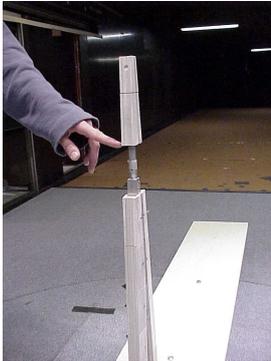
La fréquence des tourbillons vaut approximativement  $f_t = \frac{U_{conv}}{d}$ .

Pour des amortissements faibles on a un phénomène de résonance pour  $f_t = f_0$ .

Pour déterminer si le viaduc de Millau risquait de rentrer en résonance sous l'effet de ses tourbillons, la société EIFFAGE, concessionnaire de l'ouvrage, a réalisé des études à l'aide de logiciels numériques. Elle a de plus fait appel au CSTB de Nantes dès la genèse du projet. Le CSTB a ainsi pu déterminer quelles étaient les caractéristiques du vent sur le site à l'aide de mesures in situ. Il a aussi effectué de nombreuses études en soufflerie pour observer les conséquences des différents effets du vent sur le tablier et sur les piles haubanées.

## 2.2) Les essais en soufflerie au CSTB

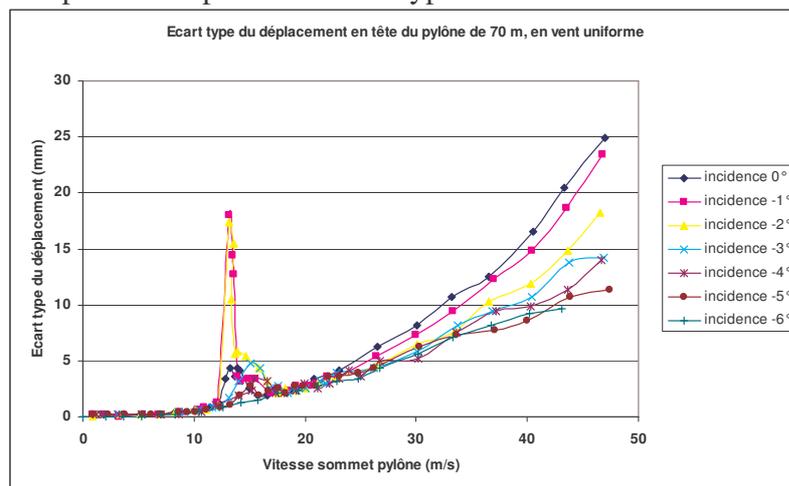
Les effets de signature ont été calculés en soufflerie. Sur le dessin ci-dessous, on peut voir une maquette de pile utilisée par le CSTB pour la réalisation des essais.



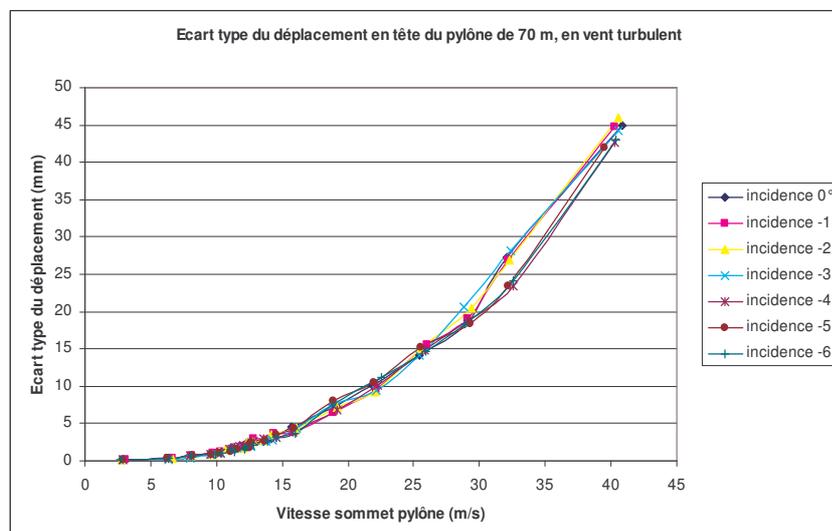
Maquette de pile utilisée par le CSTB

Ces mesures ont par exemple permis de déterminer l'influence de la turbulence du vent et de son incidence sur les piles du viaduc.

Par exemple pour un vent tourbillonnaire d'incidence et de vitesse variables, on a pu obtenir l'écart-type du déplacement pour différents types d'incidence.



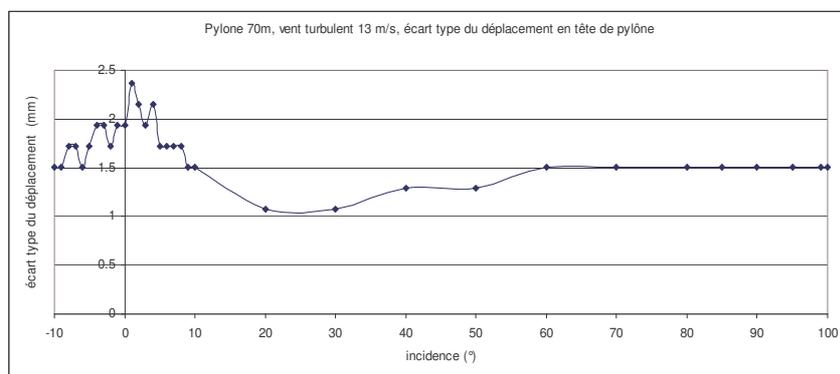
On constate que pour des incidences proches de  $-2^\circ$ , les écarts-types du déplacement de la pile augmentent fortement pour une vitesse au sommet du pylône de 13 m/s.



Par contre, si le vent en aval est turbulent, les déplacements du sommet du pylône ne présentent pas de phénomène de résonance significatif.

Cet essai a permis de valider la forme des pylônes en forme de V renversé. En effet, ce type de forme permet en donnant des formes et des dimensions différentes au profil des sections aux différentes altitudes de limiter au maximum les échappements tourbillonnaires en augmentant les effets de turbulence.

Le CSTB a aussi cherché à déterminer quelles étaient les incidences de vent les plus dangereuses pour l'ouvrage. En les corrélant aux mesures réalisées par Météo France des vents sur le site, il a été possible de connaître les probabilités d'apparition de tels vents et ainsi de dimensionner au mieux l'ouvrage. Les résultats sont présentés sur le graphique suivant.



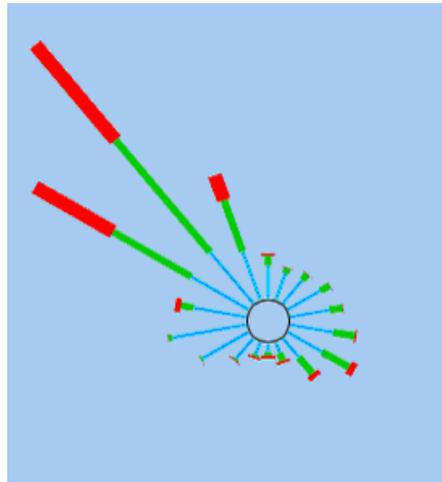
*Ecart-type de déplacement des piles du pont en fonction de l'incidence*

On voit donc sur ce graphique que les vents qui peuvent produire des échappements tourbillonnaires plus ou moins marqués ont des angles d'incidence entre 3 et 8 degrés avec un pic à 6°. Cela correspond à des vents du Sud et du Nord ayant un angle d'azimut de 3 à 8 degrés ou de -3 à -8 degrés. Au total, cela représente 20 degrés sur la rose des vents.

Mais, les vents de Nord et de Sud sont très rares dans cette région. Et comme, il faut en plus que la vitesse du vent soit comprise entre 10 et 14 mètres par seconde, avec une faible turbulence, la probabilité d'apparition des vents critiques est extrêmement faible.

Une étude de Météo France reprise par le bureau Greisch montre que la probabilité des vents du Nord et du Sud dont la vitesse est supérieure à 8m/s est de l'ordre de 2 % du total, si on considère des secteurs de 20 degrés c'est-à-dire de plus ou moins 10 degrés par rapport au Nord et au Sud. Ainsi, cela signifie que la probabilité d'occurrence de vents critiques est nettement inférieure au pour cent.

Le dessin ci-dessous montre une rose des vents dans la région du viaduc. On y voit que la majeure partie des vents sont de direction Nord-ouest et Sud-est



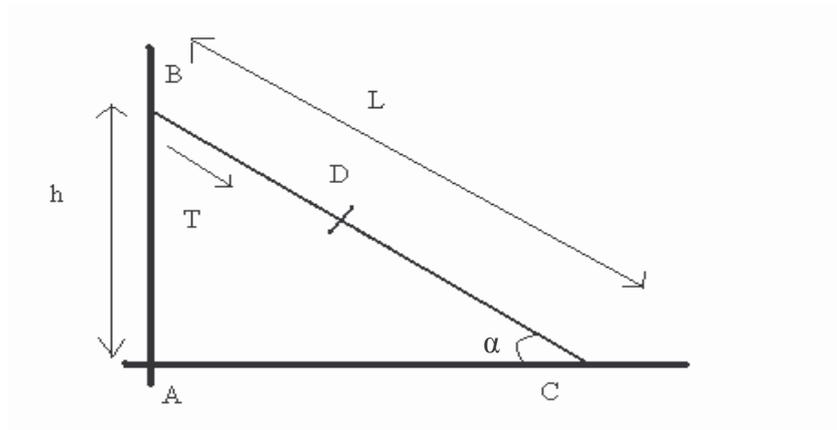
*Rose des vents dans la région du viaduc*

Ces résultats sont très favorables quant à la faible probabilité de vents tourbillonnaires. Cependant, il reste nécessaire de savoir si l'amortissement de la structure est suffisant dans tous les cas ou s'il faut mettre des amortisseurs. En effet, il est essentiel de déterminer si la liaison pylône/hauban peut se mettre en résonance sous certaines conditions extérieures.

### 2.3) Nécessité des amortisseurs ?

Michel Virlogeux, l'ingénieur qui a conçu le viaduc de Millau, a cherché à modéliser l'interaction entre le hauban et le pylône afin de déterminer si un phénomène d'amplification des vibrations était concevable.

Il a alors utilisé la modélisation suivante où BC est un hauban et AB un pilier.



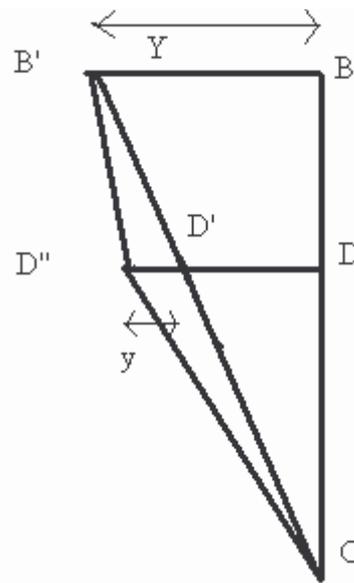
*Modélisation de la liaison entre le pylône et l'hauban*

Pour simplifier, on peut supposer que la masse  $m$  du hauban est concentrée en ses trois nœuds :

- $m/4$  à chacune de ses extrémités B et C,
- $m/2$  au milieu de la longueur en D.

On suppose aussi que le pylône a une masse  $M_0$  concentrée au point d'attache B ainsi qu'une rigidité propre  $R_0$ .

On suppose que le point d'attache du hauban, B, subit un déplacement transversal  $Y$  et vient en  $B'$ . D vient alors en  $D'$  avec un déplacement transversal  $\frac{Y}{2}$ . Mais la vibration du câble produit un déplacement complémentaire  $y$  : D passe finalement en  $D''$  avec un déplacement transversal total  $\frac{Y}{2} + y$  comme l'illustre le schéma ci-contre.



On peut alors montrer que l'effort transversal produit par le câble sur le pylône en B' est donné par  $\frac{T}{L}(Y - 2y)$ .

L'effort transversal de rappel dans le cadre au nœud  $D''$  vaut  $\frac{4T}{L}y$ .

Ainsi l'équation d'équilibre du pylône s'écrit alors :  $(M_0 + \frac{m}{4})Y'' + R_0Y = -\frac{T}{L}(Y - 2y)$ .

Si on note :  $M = M_0 + \frac{m}{4}$  et  $R = R_0 + M \frac{T}{L} = M\omega_i^2$ , l'équation se met sous la forme :

$$MY'' + M\omega_i^2 Y - \frac{2T}{L}y = 0.$$

De son côté, l'équation d'équilibre au nœud D s'écrit :  $\frac{m}{2}(\frac{Y''}{2} + y) = -\frac{4T}{L}y$

En ne conservant que les termes de la déformation propre du hauban, on peut faire apparaître sa pulsation fondamentale :  $\omega^2 = \frac{8T}{mL}$ .

Les deux équations s'écrivent alors :

$$\frac{m}{4}Y'' + \frac{m}{2}y'' + \frac{m\omega^2}{2}y = 0 \quad (1)$$

$$M Y'' + M\omega_i^2 Y - \frac{m\omega^2}{4}y = 0 \quad (2)$$

On cherche des solutions sous la forme de vecteurs propres  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  tels que :

$$\begin{pmatrix} Y'' \\ y'' \end{pmatrix} = -\Omega^2 \begin{pmatrix} Y \\ y \end{pmatrix} = -\Omega^2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

On peut alors en déduire en remplaçant dans les deux équations écrites sous formes matricielles que :

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{[\omega_i^2 + (1 + \frac{m}{8M})\omega^2] \pm \sqrt{[\omega_i^2 + (1 + \frac{m}{8M})\omega^2]^2 - 4\omega_i^2\omega^2}}$$

où  $\omega$  est la pulsation propre du hauban et  $\omega_i$  celle du pylône isolé.

Ainsi on obtient à la résonance ( $\omega=\omega_i$ ) : 
$$\Omega = \omega_i \times \sqrt{\left(1 + \frac{m}{16M}\right) \pm \sqrt{\frac{m}{8M} + \left(\frac{m}{16M}\right)^2}}$$

On peut conclure de ce résultat, en étudiant le signe du discriminant, que, même à la résonance, on n'a jamais de racines doubles. La forte masse des haubans a donc un rôle stabilisateur. Des calculs plus complets réalisés par le bureau Greisch confirment complètement cette approche.

Ainsi on peut conclure de ce calcul élémentaire que des échappements tourbillonnaires peuvent exciter les pylônes et produire indirectement des vibrations des haubans. Mais l'amplitude de cette vibration des haubans est limitée par l'interaction hauban /structure. Dans ces conditions, une éventuelle mise en vibration par les échappements tourbillonnaires des pylônes ne peut provoquer qu'une gêne limitée.

C'est ainsi que de telles études ont permis de conclure que les risques d'une mise en vibration importante des haubans sont très réduits. Dans ces conditions, il a été décidé de surseoir à l'installation des amortisseurs mais tout en prenant les dispositions nécessaires pour permettre leur mise en place rapide et facile dans le futur si leur présence s'avérait nécessaire. Michel Virlogeux a donc demandé d'achever l'établissement des plans d'exécution des amortisseurs, et d'installer dans les pylônes toutes les pièces nécessaires à l'attache des amortisseurs sans qu'il soit nécessaire de percer ou de bloquer à l'avenir. De cette manière, si on constate des vibrations sur les haubans de plus de 10 cm, il sera facile de mettre en place des amortisseurs rapidement. Ce seuil de 10 cm est plus psychologique que technique : des vibrations de cet ordre ne pourraient même pas produire de fatigue au niveau des points d'ancrage mais elles seraient mal perçues par le public.

Les effets tourbillonnaires sur le viaduc n'agissent pas seuls et sont couplés à des effets aéroélastiques du vent.

### 3) Les effets aéroélastiques

Avant d'effectuer l'analyse dynamique d'une structure, il est nécessaire d'en créer un modèle représentatif. Ce modèle est généralement élaboré à l'aide de programmes généraux de calculs basés sur la méthode des éléments finis.

#### 3.1) Mécanisme d'action

##### a) Efforts stationnaires s'exerçant sur un tablier de pont

On place un corps dans un écoulement fluide transversal permanent de vitesse  $V$ . Il subit des actions formant un torseur dont les éléments de réduction sont représentés. Ces éléments de réduction peuvent être rapportés au système d'axe lié au vent. Leur intensité par unité de longueur est alors :

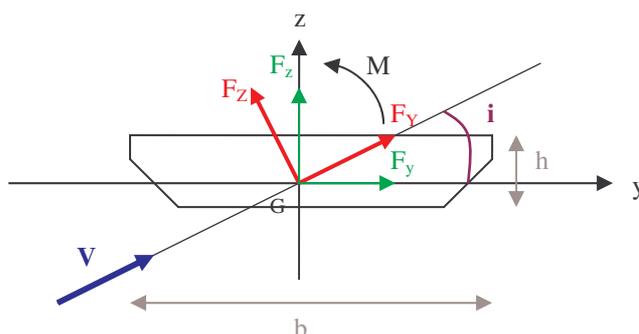
- traînée :  $F_Y = q \cdot b \cdot C_Y (i)$
- portance :  $F_Z = q \cdot b \cdot C_Z (i)$
- moment :  $M = q \cdot b^2 \cdot C_M (i)$

où  $q$  est la pression dynamique du vent ( $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ ),

$C_Z$  le coefficient de portance

$C_Y$  le coefficient de traînée

$C_M$  le coefficient de moment



Ces coefficients sont sans dimension et sont déterminés expérimentalement à l'aide d'essais en soufflerie sur des maquettes.

En exprimant ces relations dans le repère lié à la section, on obtient :

$$\begin{aligned} F_y &= F_Y \cos i - F_Z \sin i \\ F_z &= F_Y \sin i + F_Z \cos i \end{aligned}$$

Pour des sections bien profilées, la portance sous incidence nulle est faible. Si l'on suppose de plus que l'angle d'incidence  $i$  reste également faible, on peut alors assimiler le coefficient  $C_Z$  au premier terme de son développement limité en  $i$  :  $C_Z = i \cdot \frac{\partial C_Z}{\partial i} \Big|_{i=0}$

En effectuant un développement limité au premier ordre, il vient :

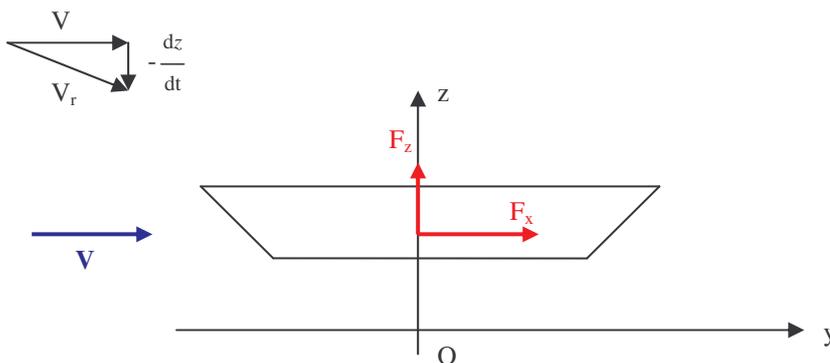
$$\boxed{F_y \approx q \cdot b \cdot C_Y} \quad \text{et} \quad \boxed{F_z \approx q \cdot b \cdot i \left( C_Y + \frac{\partial C_Z}{\partial i} \right)}$$

## b) Le phénomène de galop

Si la fréquence réduite est petite, l'écoulement se déroule comme « s'il ne voyait pas » le mouvement de l'obstacle. Dans ce cas, tout est identique à ce qui se passerait si l'écoulement était à chaque instant permanent. Cette hypothèse est appelée hypothèse de quasi-stationnarité. En fait, cette hypothèse est insuffisante et il faut passer d'une formulation en termes de forces aérodynamiques (qui expriment les effets du vent sur un corps fixe) à une formulation aéroélastique.

Le phénomène de galop est lié à une instabilité aérodynamique du profil de la structure. Il s'agit principalement d'un flottement à un degré de liberté en flexion ou en torsion. L'incidence apparente variable du vent induite par le mouvement vibratoire du tablier peut engendrer des forces de portance ou des moments de tangage qui agissent dans le sens du mouvement et qui, par conséquent, l'entretiennent en l'amplifiant.

Considérons, par exemple, un tablier de pont animé d'un mouvement de flexion sans torsion (perpendiculaire au vent) avec une vitesse  $\frac{dz}{dt}$ .



La vitesse relative du vent par rapport à la section est :  $V_r = V - \frac{dz}{dt}$  et fait un angle  $i$  par rapport à l'horizontale tel que  $i = - \frac{1}{V} \frac{dz}{dt}$ .

D'après a), la force aérodynamique verticale que subit le tablier par unité de longueur vaut :

$$F_z \approx - q \cdot b \left( C_Y + \frac{\partial C_Z}{\partial i} \right) \frac{1}{V} \frac{dz}{dt}$$

On constate que cette force ne s'oppose au mouvement, en agissant comme un amortisseur, que si :  $C_Y + \frac{\partial C_Z}{\partial i} > 0$ .

Il s'agit du critère de Den Hartog. On montre de façon analogue que, pour un tablier en mouvement de torsion pure, les actions aérodynamiques ont un caractère d'amortisseur si :  $\frac{\partial C_M}{\partial i} > 0$ .

Le flottement à deux (ou plusieurs) degrés de liberté résulte d'un couplage aéroélastique entre plusieurs modes de la structure, par exemple entre la flexion et la torsion. Ce couplage peut être à l'origine d'une instabilité capable de provoquer rapidement la ruine de l'édifice considéré. Pour que ce couplage puisse se produire, il faut que les fréquences propres des modes soient suffisamment voisines.

### c) Instabilités dues au flottement

Ces oscillations se manifestent à haute vitesse du vent. Il y a instabilité lorsque l'énergie dissipée par le tablier est inférieure à celle apportée par le vent : le tablier n'amortit plus les oscillations.

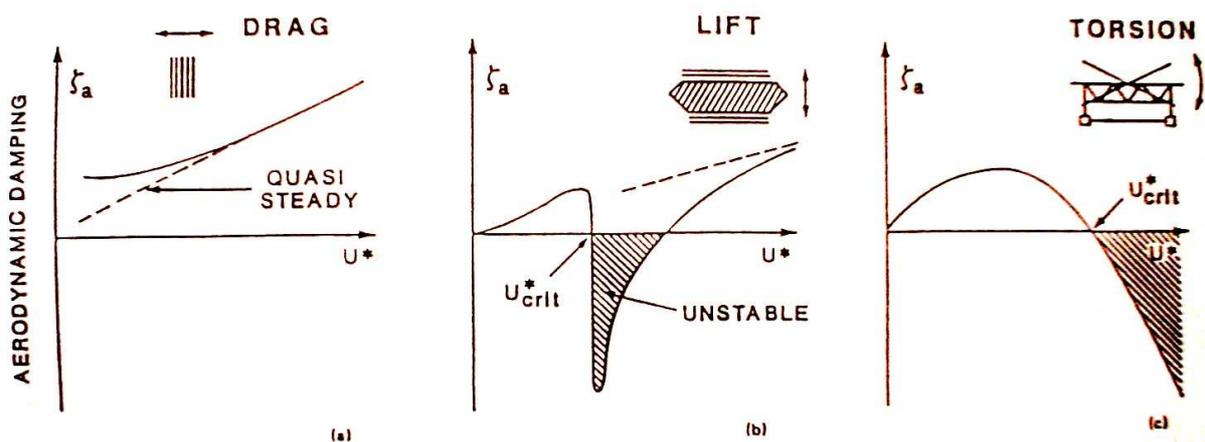
L'équation de mouvement de flexion pure sous l'action d'un vent uniforme sans turbulence peut s'écrire, dans le cas de l'approche quasi-stationnaire :

$$m (\ddot{z} + 2 \zeta_h \omega_h \dot{z} + \omega_h^2 z) = -\frac{1}{2} \rho V^2 b \frac{\partial C_Z}{\partial i} \frac{1}{V} \frac{dz}{dt}$$

soit  $\ddot{z} + 2 \omega_h (\zeta_h + \zeta_a) \dot{z} + \omega_h^2 z = 0$  en posant  $\zeta_a = \frac{1}{4} \rho V b \frac{\partial C_Z}{\partial i} \frac{1}{m \omega_h}$

$\zeta_a$  représente le coefficient d'amortissement aérodynamique pour la fréquence  $2\pi \omega_h$   
 $\zeta_h$  représente le coefficient d'amortissement de la structure

Dans le domaine aéroélastique, le coefficient d'amortissement apparent est égal à la somme des coefficients d'amortissement structural et d'amortissement aérodynamique. Il doit vérifier :  $\zeta_h + \zeta_a > 0$ . A chaque mode de vibration de fréquence  $f_j$ , correspond une valeur de  $\zeta_a$ . Selon le mode de vibration, on peut déterminer le coefficient d'amortissement aérodynamique en fonction des vitesses critiques.



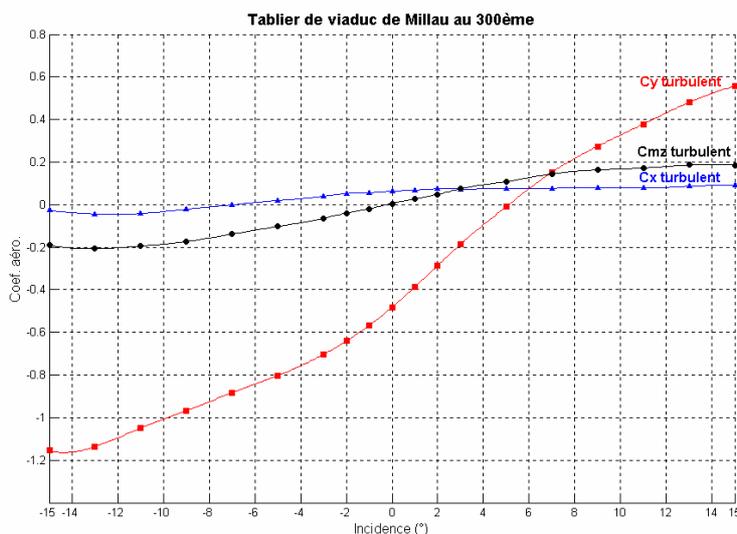
Sur le schéma ci-dessus, on a posé  $U^* = \frac{V}{f_j b}$ . On constate ainsi que pour les modes de vibrations transversaux le coefficient d'amortissement aérodynamique est positif quelle que soit la valeur de  $U^*$ . Par contre, par les modes de vibration verticaux, il existe un domaine de  $U^*$  critique. De même,  $U^*$  ne doit pas dépasser une certaine valeur pour les modes de vibration en torsion.

## 3.2) Essais en soufflerie

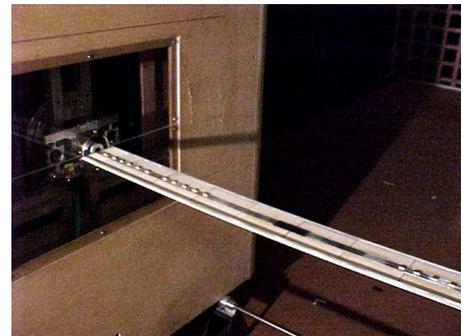
### a) Effets aéroélastiques sur la structure

Ces effets aéroélastiques ont été calculés pour différentes phases de la construction et pour la phase d'exploitation au CSTB.

D'abord, il a été nécessaire de déterminer en soufflerie les coefficients aérodynamiques du tablier.



Etude des coefficients aérodynamiques en fonction de l'incidence



Maquette du tablier au CSTB

On constate ainsi que le coefficient de traînée,  $C_x$ , reste très faible quelle que soit l'angle d'incidence du vent sur le tablier. De même, le coefficient de moment varie peu. On constate néanmoins qu'il augmente légèrement quand l'incidence augmente. Ainsi pour un angle d'incidence de  $15^\circ$ ,  $C_M = 0,2$ .

Le coefficient de portance  $C_Y$  varie par contre davantage lorsque l'incidence augmente. On observe cependant que la portance sous incidence nulle est faible, ce qui justifie les approximations de 3.1). Sa valeur absolue est maximale pour  $i = -15^\circ$  et alors  $C_Y = -1,15$ .

De plus, comme on l'a vu précédemment les forces aérodynamiques verticales agissent comme amortisseurs seulement si :  $C_x + \frac{\partial C_Y}{\partial i} > 0$ . A une telle incidence, l'apparition d'instabilité est donc possible.

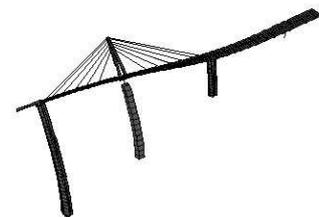
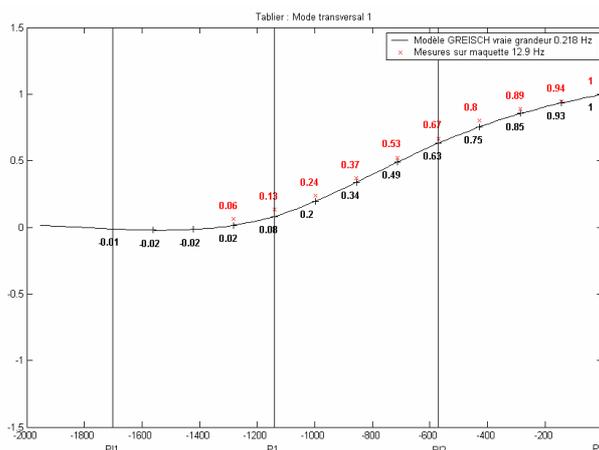
On peut considérer les études réalisées pendant la phase de construction lorsque le pylône 2 était arrêté sur la pile intermédiaire Pi2. En effet, lors de cette phase, la structure est encore plus sensible aux effets du vent. Lors de ces études, les mesures ont d'abord été effectuées sur la maquette puis les effets du vent ont été vérifiés par calculs par Greisch.



Maquette utilisée lors de l'étude de la phase de construction : arrêt sur Pi2

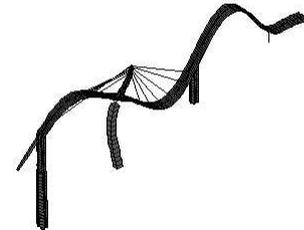
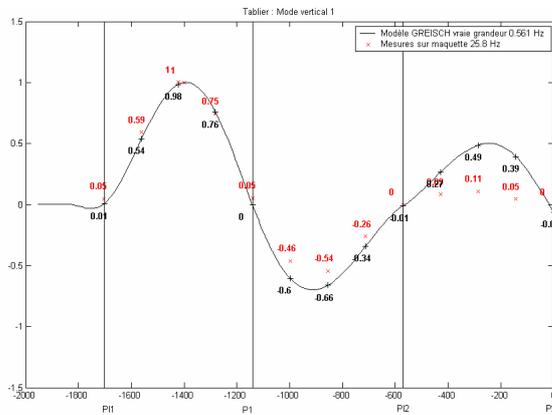
Sur cette structure, on a déterminé les modes de vibration.

On peut observer sur le graphe ci-dessous le mode transversal 1 de la structure qui correspond à une fréquence de 0,218 Hz. On constate que les déformations sont relativement faibles. Elles sont surtout importantes à l'extrémité de la structure construite entre la pile P1 et la pile P2 et atteignent 1m près de cette dernière. On remarque également que les résultats obtenus sur la maquette sont bien vérifiés par le calcul.



Mode de vibration transversale : résultats et schéma.

De même, pour le premier mode de flexion verticale, qui correspond à une fréquence de 0,561 Hz, on peut observer les déformations. Celles-ci interviennent sur une partie plus importante de la structure entre la pile intermédiaire P1 et la pile P2, mais les déformations ne dépassent pas 1m.



Mode de vibration verticale : résultats et schéma.

Le tableau suivant répertorie les principaux modes de vibration : en balancement transversal, en flexion verticale et le mode pylône. Les modes les moins amortis sont les modes verticaux 1 et le mode pylône. Néanmoins, comme on a pu le constater précédemment les déformations sont relativement faibles.

	Fréquence sur maquette (Hz)	Amortissement
Mode transversal 1	12,9	0,4 %
Mode transversal 2	22,6	0,4 %
Mode vertical 1	25,8	0,25 %
Mode vertical 2	35,3	0,4 %
Mode pylône	39,3	0,3 %

## b) Les câbles de haubanage

Les haubans sont fortement précontraints et leur module d'Young est élevé. Donc leurs déformations sont faibles.

On peut approcher la déformée du câble par une courbe parabolique d'équation :

$$y(x) = \frac{1}{2} \frac{m g L^2}{T \cos\theta} \frac{x}{L} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \text{ en prenant } y(0) = y(L) = 0$$

où  $m$ ,  $g$ ,  $L$ ,  $\theta$  et  $T$  sont respectivement la masse linéique du câble, la constante de gravité, la longueur du câble, l'angle d'inclinaison du câble et la composante longitudinale de la tension statique.

Plusieurs facteurs peuvent provoquer les vibrations des câbles de haubanage : les vibrations conjointes de la pluie et du vent, les échappements tourbillonnaires et les effets aéroélastiques comme on a pu le voir respectivement dans la deuxième et la troisième partie, les vibrations par turbulence atmosphérique ou encore les excitations paramétriques comme les vibrations des haubans.

Les vibrations entraînent des phénomènes de fatigue des fils des torons des câbles qui peuvent entraîner leur rupture due aux frottements internes entre fils des torons. Pour limiter ces vibrations, on dispose des amortisseurs près de l'ancrage inférieur des haubans. On parvient également à limiter les vibrations dues à la pluie en installant sur la gaine des rainures hélicoïdales qui guident l'eau de pluie.

## 4) Modélisation numérique

### 4.1) Explication théorique

#### a) Méthode de concentration des masses

Cette approche de la discrétisation des structures continues est particulièrement utile lorsque ces dernières sont constituées d'un réseau de poutres ou de barres. Dans ce cas, les masses réparties sur les barres sont concentrées aux nœuds de la structure.

Chaque nœud possède au moins six degrés de liberté dans le cas de poutres tridimensionnelles. Si la structure admet  $p$  nœuds, alors le nombre total de degrés de liberté est  $n = 6p$ . Les masses étant concentrées, l'accélération d'une seule n'implique de force d'inertie qu'à elle seule, ce qui ne serait pas le cas pour des masses réparties.

Les forces d'inerties sont donc de la forme :  $F_i = m_i \ddot{u}_i$  et on obtient la matrice de masse  $M$  :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & m_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{pmatrix} = [M] \begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{pmatrix}$$

Si  $F_i$  est la force extérieure (ou le moment) concentrée s'exerçant sur la structure dans le sens du degré de liberté  $i$ , et si la structure admet un comportement linéaire, il existe alors un ensemble de relations liant les déplacements aux efforts :  $F_i = k_{i1} u_1 + k_{i2} u_2 + \dots + k_{in} u_n$

$$\text{et : } \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ k_{n1} & \dots & \dots & k_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = [K] \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

où les  $k_{ij}$  sont des coefficients d'influence et  $K$  est la matrice de rigidité. De même, on peut construire une matrice d'amortissement  $C$ .

En dynamique des structures, on a donc la relation suivante :  $[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}$ .

#### b) Solution de l'équation homogène non amortie :

On considère l'équation suivante :  $[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\}$ .

On cherche alors une solution particulière sous la forme :  $\{q(t)\} = \{\Phi\} z(t)$  où  $\{\Phi\}$  est un vecteur indépendant du temps qui constitue un facteur d'échelle de la réponse  $z(t)$ .

Si on suppose de plus que  $[K]$  est définie positive, on a :  $\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)} [M] \{\Phi\} = - [K] \{\Phi\}$ .

En écartant la solution  $z(t) = 0$ , on a  $-\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)} = C$  où  $C$  est une constante.

Montrons que  $C$  est réelle positive :

$$\{\Phi\} = \{\Phi_1\} + i \{\Phi_2\}$$

En utilisant le fait que les matrices  $[M]$  et  $[K]$  sont symétriques, on a

$$C = \frac{{}^t\{\Phi_1\}[K] \{\Phi_1\} + {}^t\{\Phi_2\}[K] \{\Phi_2\}}{{}^t\{\Phi_1\}[M] \{\Phi_1\} + {}^t\{\Phi_2\}[M] \{\Phi_2\}}$$

Chaque terme de  $C$  est une forme quadratique définie positive.  $C$  est donc bien réel et

positif et :  $-\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)} = K = \omega^2$  avec  $\omega \geq 0$

L'équation  $([K] - \omega^2 [M]) \{\Phi\} = \{0\}$  admet une solution non triviale si  $\omega$  est solution de l'équation  $\det([K] - \omega^2 [M]) = 0$ . Ses solutions  $\omega_k^2$  sont au nombre de  $n$  et sont toutes réelles positives. Le vecteur  $\{\Phi_k\}$  est le vecteur propre ou mode propre associé à la valeur propre  $\omega_k$ .

La solution temporelle associée au vecteur propre est :

$$z_k(t) = A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t).$$

## 4.2) Utilisation de FEMLAB 3D

### a) Hypothèses de calcul

Nous avons essayé d'établir certains modes propres de vibration du viaduc et de les comparer avec les données publiées par le CSTB de Nantes.

Le CSTB avait utilisé le logiciel de calcul Greisch basé sur une méthode de calcul par éléments finis pour calculer les modes propres. Les données représentées sur le tableau suivant ont ensuite été confirmées par des mesures sur le terrain.

Mode	nature	fréquence (hz)
1	transversal	0.175
2	longitudinal	0.2
3	transversal	0.222
4	vertical	0.250
5	transversal	0.275
6	vertical	0.280
7	transversal	0.316
8	vertical	0.321
9	transversal	0.353
10	vertical	0.370
11	transversal	0.393
12	vertical	0.423
13	transversal	0.440
14	pile P2	0.445
15	vertical	0.474
16	transversal	0.491
17	vertical	0.532
18	transversal	0.534
19	pile P3	0.543
20	transversal	0.583
21	vertical	0.589
22	pylône P2	0.598
23	pylônes P3,P4	0.611
24	pylônes P3,P6	0.623
25	pylônes P4,P5	0.627
26	vertical	0.639
27	pylônes P4,P5,P6	0.685
28	vertical	0.685
29	vertical	0.725
30	pylônes P6,P1	0.729
31	pylônes P6,P1,P7	0.731
32	vertical	0.766
33	pylônes P7,P1	0.786
34	vertical	0.797
35	pylônes P7,P1	0.801
36	vertical	0.818
37	transversal+pylônes	0.860
38	torsion tablier	0.920
39	torsion tablier	0.934
40	torsion tablier	0.939

*Modes propres calculés par le CSTB*

Pour obtenir les modes propres, nous avons modélisé le viaduc grâce au logiciel FEMLAB 3D en faisant les hypothèses de calcul suivantes. Tout d'abord, le viaduc a été modélisé sans hauban car ses derniers ont au premier ordre une influence relativement limitée. De plus, tous les points du viaduc en contact avec la vallée ont été bloqués en translation et rotation. Enfin, les liens entre pylônes, piles et tablier sont considérés comme des liaisons encastrement.

## b) Données et résultat obtenu

Les données pour les sections des tabliers, piles et haubans proviennent des documents de l'architecte et de la Société PERI, conceptrice des piles du viaduc.

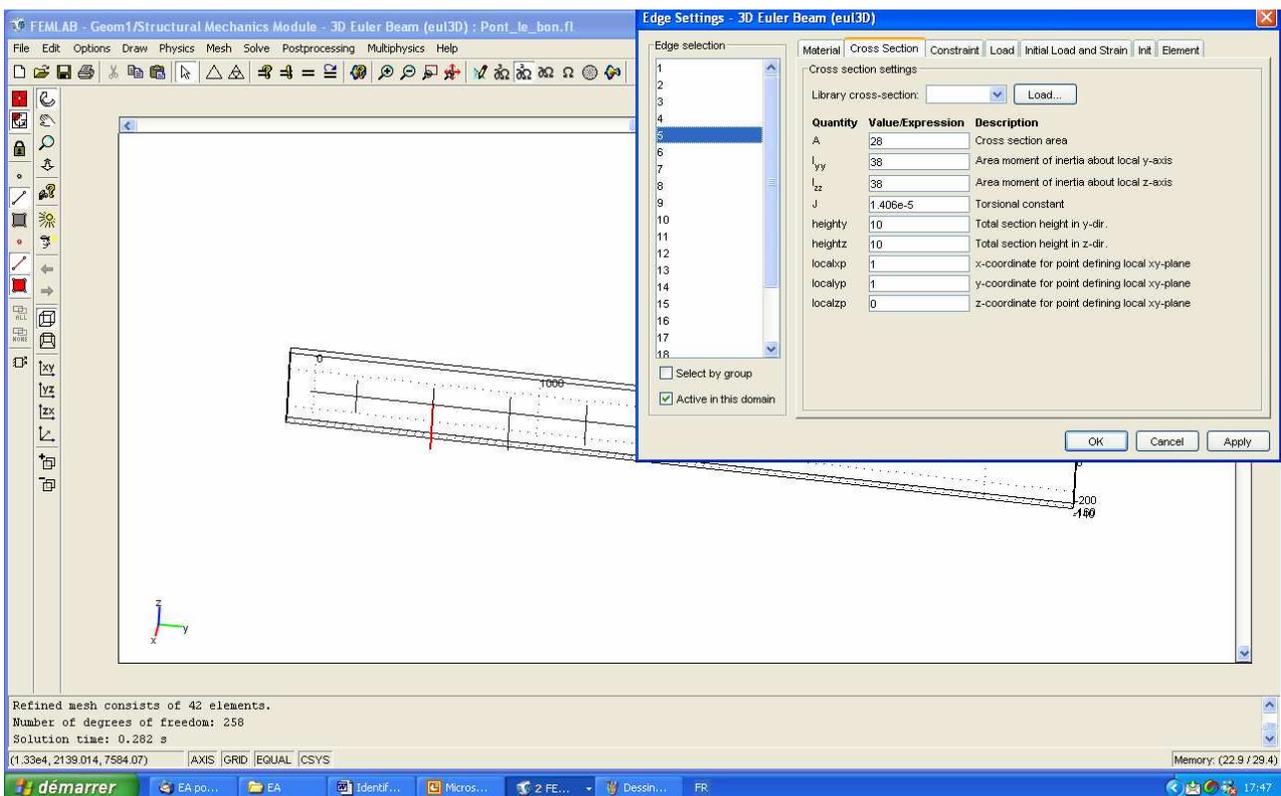
Les moments d'inertie ont été calculés à partir de la formule :  $I = \iint (x^2 + y^2) dS$ .

En supposant que les piles et les pylônes avaient des formes parallélépipédiques et le tablier une forme cylindrique, les moments d'inertie ont pu être déterminés facilement. Le tablier a été découpé en sections joignant une pile à l'autre.

Les données sont rassemblées sur le tableau suivant :

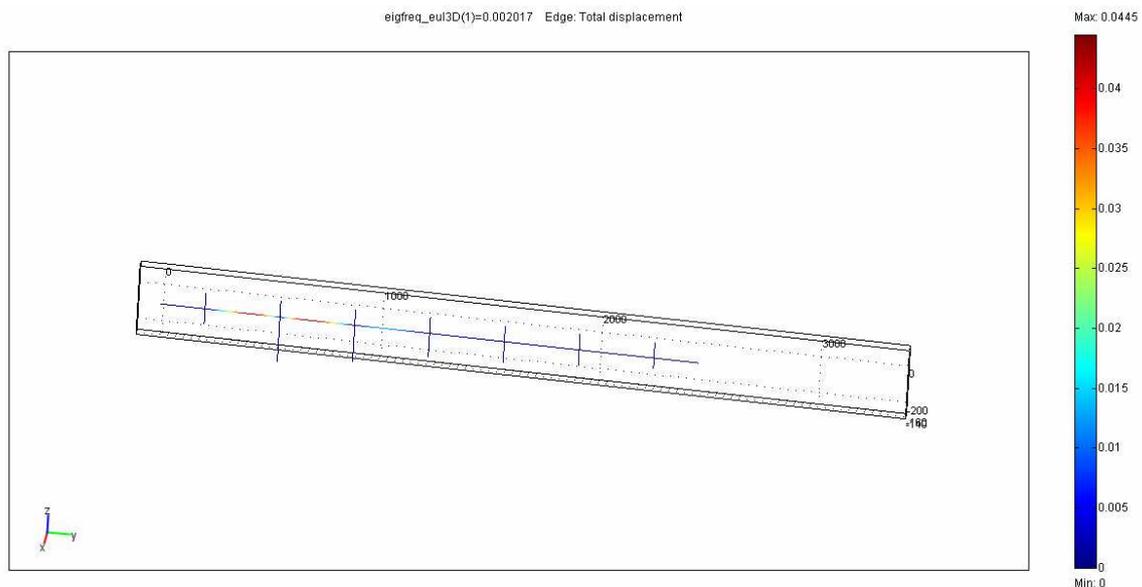
	PYLONE	PILE	SECTION DE TABLIER
Aire	A=1 m <sup>2</sup>	A=28 m <sup>2</sup>	A=1,86 m <sup>2</sup>
Moment d'inertie	J=0,04 m <sup>2</sup>	J=38 m <sup>2</sup>	J=0,01 m <sup>4</sup>

L'environnement FEMLAB est visible sur le dessin suivant. Le viaduc est visible à l'arrière-plan.



*Environnement FEMLAB et schéma du viaduc de Millau*

FEMLAB a ainsi pu calculer les déformations de la structure. Ces dernières sont représentées sur la figure suivante.



Déformations du viaduc de Millau

### c) Analyse des résultats

Sur le graphique ci-dessous, on voit que seul le tablier a des déformations significatives. Contrairement à la réalité, les pylônes ne bougent pratiquement pas. Cela est vraisemblablement dû à des hypothèses trop simplificatrices. En modélisant tous les liens par des liaisons encastrement, certains mouvements de pylône par rapport aux piles et au tablier ont été occultés.

FEMLAB a aussi calculé les valeurs propres des vibrations. Néanmoins celles-ci ne correspondent pas aux fréquences propres.

En effet les valeurs propres sont définies par  $\lambda = \omega^2$  avec  $\omega$  pulsation propre.

La fréquence propre correspondante est alors  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}$ .

En convertissant les données, on obtient les fréquences propres du tableau ci-dessous

VALEUR PROPRE	FREQUENCE PROPRE (Hz)
0,002017	0,0071
0,002454	0,0079
0,005337	0,011
0,006144	0,012
0,007274	0,0135
0,008566	0,015

Fréquences propres calculées

Ainsi, on peut en conclure que même si les fréquences ont des ordres de grandeur comparables à celles de la réalité, notre modèle est trop simple pour livrer des résultats probants.

Même en compliquant les liaisons pylônes, haubans, tablier, nous n'avons pas réussi à obtenir des résultats plus proches de la réalité.

## Conclusion

Les études des effets du vent sur les ouvrages ont été commencées il y a fort longtemps comme en témoignent les travaux de Gustave Eiffel sur la résistance de sa tour aux tempêtes. On est néanmoins en droit d'affirmer que celles réalisées sur le viaduc de Millau témoignent des fortes avancées réalisées dans ce domaine. Il était en effet nécessaire de mesurer et de modéliser le vent dans la vallée du Tarn afin de déterminer ses effets sur cet ouvrage d'une hauteur exceptionnelle. C'est ainsi que les ingénieurs de la société Eiffage et le CSTB de Nantes ont su combiner efficacement mesures sur le terrain, essais en soufflerie ainsi que modélisations numériques.

Un effort tout particulier a été fait sur le couplage entre les effets de signature et les effets tourbillonnaires. Il a permis de comprendre les différents efforts qu'occasionne le vent sur le viaduc en fatiguant les pylônes, le tablier ainsi que les haubans. Ces études préliminaires ont aussi mis en défaut certains présupposés notamment au niveau des haubans. Il était en effet souvent considéré que les haubans rentraient en résonance facilement alors que M. Virlogeu a prouvé qu'ils exerçaient au contraire un rôle stabilisateur.

En prévoyant au mieux le couplage, les ingénieurs de la société EIFFAGE en coopération avec un groupe d'experts internationaux ont réussi à assurer la bonne stabilité de l'ouvrage. En prenant en compte les contraintes techniques et les souhaits de l'architecte, Sir Norman Foster, ceux-ci ont réalisé un ouvrage magnifique, parfaitement dimensionné, faisant la fierté de toute une région.